

# 《笔算数学》内容探析

王全来<sup>1</sup>, 曹术存<sup>2</sup>

(1. 西北大学 数学与科学史研究中心, 陕西 西安 710069; 2. 重庆大学 数理学院, 重庆 400044)

**摘要:**《笔算数学》是清末传教士狄考文编译的算术课本,曾在教会学校及中国学堂使用.该书流传广泛,影响较大,1892~1910年间,刊印30余次.介绍了《笔算数学》的内容和版本情况,并与《数学启蒙》进行了比较.通过对《笔算数学》的研究,不仅可以了解《笔算数学》在中算转为西算的过渡时期所占的地位,而且有助于客观评价教会学校的数学教育在中国数学教育近代化上所起的作用.

**关键词:**笔算数学; 数学启蒙; 狄考文

**中图分类号:** O 112   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1001-8735(2004)03-0327-05

清末的数学教育在中国数学教育史上占有重要的地位,不仅表现在对数学的重视程度,还表现在数学教育的大范围普及上.清末普及数学教育的机构除清政府开设的洋务学堂和书院外,还有教会学校.它是由外国传教士或教会设立的一种特殊的学校.各国传教士在教会学校中既担当传教的角色,同时也从事科学教育活动.传教士狄考文(Calvin Wilson Mateer)便是其中的代表人物之一,他不仅创办了登州文会馆,而且编译了《笔算数学》、《代数备旨》、《形学备旨》等教科书,为教会学校的发展做出了一定的贡献.

## 1 狄考文简介

狄考文于1836年1月出生在美国宾夕法尼亚州的一个农场家庭,他从小深受家庭浓厚宗教气氛的熏陶,这对他后来走向传教事业有很大影响.狄考文在小学期间遇上了一个非常好的数学老师詹姆斯·达菲尔德(James Duffield),使他对数学产生了兴趣,并初步显示了他的数学天赋.但由于家庭境况,狄考文在高中期间被迫辍学.为了生计,他到一所小学代课,开始了他的教学生涯.狄考文依靠自学完成了高中课程,并于1855年考入杰弗逊大学.大学毕业后,他到了宾夕法尼亚州的比弗中学任教.但由于他酷爱神学,不久便放弃了在此中学的任职,去了美西神学院学习神学,并成为那里一名优秀的学生.狄考文在1861年4月向美国长老会海外传教总部提出了到海外传教的申请,很快得到答复,被批准到中国传教<sup>[1]</sup>.

狄考文在华40余年,其来华目的就是为了传教,正如他在《代数备旨》序言中讲述世界数学发展史之后所说:“远涉中华,宣传神子降世,舍生救民之圣道,此因以道为重.望世人同登天路,而得天堂之永生也”.狄考文在两次传教士大会上,强调了宗教教育的重要性.他也积极从事教育活动,创办了登州文会馆,开设了系统的分门别类的科学课程,向学生介绍了大量西学知识,内容新颖、实用,受到了学生的欢迎,这是中国传统教育机构所不能相比的.登州文会馆在当时影响较大,培养了一些人才,其中大部分从事教师职业,除在教会学校任职外,亦有在中国新式学堂任教者,如王长庆、于志圣等就在京师大学堂任职.

狄考文不仅提倡科学教育,而且身体力行.他和其学生合作编译了《笔算数学》、《代数备旨》、《形学备旨》等教材.这些教材在当时深受欢迎,多次重印,流传较广,不仅在教会学校中发挥作用,清末学堂亦有采用,如浙江的瑞安算学馆、湖南长沙时务学堂等.1905年,江苏学政唐景崇采辑《中学堂暂用课本之书目》,中学算学教科书就有《代数备旨》和《形学备旨》.

各国在华传教士为解决当时的教科书问题,于1877年在上海成立了“学校教科书委员会”,狄考文是其重要成员之一.他指出:“每一学科都有专门的一套术语,把这门学科介绍到中国来,就必须把它的一套术语

收稿日期: 2003-03-17

基金项目: 天津师范大学青年科研基金资助项目(52LE57)

作者简介: 王全来(1974-),男,天津市人,天津师范大学讲师,西北大学博士研究生.

介绍过来,不用科学术语而能准确地介绍科学知识是不可想象的”。对此狄考文提出了几条原则:第一,术语在构成上要简洁明确;第二,术语能够方便使用,满足不同情景的需要;第三,同学科术语必须具有相似性;第四,术语应准确的界定,如有与前人或他人用词不同之处,要做出说明<sup>[2]</sup>。这些原则现在看来也是颇有见解的。狄考文还统一编译了数学名词术语 637 条,其成果体现于 1904 年出版的《术语辞汇》<sup>[3]</sup>中。他编译的数学名词术语既满足了当时数学翻译工作的需要,又为后来的修订、整理工作奠定了基础。当时,这些数学名词术语对引进西方数学知识、促进中国传统数学向近现代数学转变有一定的作用。

## 2 《笔算数学》的内容及其版本

《笔算数学》是狄考文在登州文会馆用于备斋阶段(小学水平)的数学教科书,上、中、下三卷各修一年。作为当时的算术课本,它的流传、影响最大,刊印次数最多。

《笔算数学》以西方算术知识为主,编排体例大致以定义、定理、例题、习题为序,这种编排体例基本奠定了中国自编算术课本的样板。整部著作比较注意数学知识的逻辑与数学教学的要求,所用数学术语及符号亦较规范。加减号分别采用+和-,分数记法采用子在上、母在下,数字采用阿拉伯数码。这较中国传统数学著作均有进步。

《笔算数学》由狄考文及其学生邹立文合作编译,于 1892 年在上海美华书馆出版。其版本流传较多,现据 1903 年上海美华书馆本予以介绍。

狄考文在《笔算数学》序中说:“算学者,系算法之总名,内容种类甚多,即如数学、代数学、形学、八线学、微分、积分学等。凡此诸学,彼此各有分别,各有次序,然而皆以数学为本。由此愈推愈广,愈出愈精,以至算法之极微妙处。故学者欲登算途,必不得躐等而进,非由数学入门不可。”由此可见,算学就是今天的数学,数学就是今天的算术,形学即为几何学,八线学即三角学。

狄考文在《笔算数学》序中又说:“此书纯以官话作成,非谓文理不可用也,诚以数学为算法之初步。”《笔算数学》有文言文与白话文两种版本,用白话文(即官话)编写数学教科书,在当时尚属罕见。

《笔算数学》分上、中、下三卷,共二十四章,2876 个问题,目录如下:

上卷:开端、加法(24\*)、减法(134)、乘法(145)、除法(205)、诸等法(275);

中卷:数目总论(107)、命分(440)、小数(271)、比例(108)、百分法(117)、利息(122);

下卷:保险(25)、赚赔(73)、粮饷(14)、税饷(12)、乘方(20)、开方(126)、级数(98)、差分(94)、均中比例(41)、推解(118)、量法(81)、总杂问(126)。

### 2.1 各章大意

第一章:开端。主要介绍了数的概念、读写和记法。

第二章:加法;第三章:减法;第四章:乘法;第五章:除法。这四章主要介绍了关于数的加、减、乘、除的一些名词术语、符号(+、-、×、÷)和运算法则。

第六章:诸等法。主要介绍了重量单位、度量单位、时间单位等不同单位的换算方法。

第七章:数目总论。主要介绍了整数,单数(奇数),双数(偶数),质数,合数等的概念、性质及因数分解,求最大公约数的辗转相除法和最小公倍数的方法。

第八章:命分;第九章:小数。这两章主要介绍了分数和小数(包括无限小数)的概念、命名、性质及写法,分数的约分、通分,分数和小数互化,分数、小数的四则运算等。

第十章:比例。主要介绍了比例、率、前后率、繁比例等概念、性质、写法及运算。

第十一章:百分法。主要介绍了百分数的概念,百分数和分数、小数的互化方法。

第十二章:利息。主要介绍了利、本、利息、借贷零还、利上加利等概念,给出了本、百分、年月、利息、本利之总的互求方法。

第十三章:保险。主要介绍了火险、水险、死险、保率、规银等的定义,求规银、所保之本等的各种算法。

第十四章:赚赔。主要和商业有关,介绍了赚、赔、本等概念,求赚、赔、价格等各种问题的解法。

\* “24”代表 24 个问题,其他数字同。

第十五章:粮饷. 主要和农民纳税有关,介绍了库平、实徵、轻封、兑钱、色数等概念及相关问题的求法.

第十六章:税饷. 主要和关税有关,介绍了价税、件税、税关等概念和相应问题的求法.

第十七章:乘方. 主要介绍了方数、乘方、次数等概念及平方、立方等相关问题.

第十八章:开方. 主要介绍了根数、开方、根号、整方、不整方(开方开不尽者)等概念,给出了分数、小数的开平方、开立方的定根数位法,即笔算开方法.

第十九章:级数. 主要和等差数列有关,介绍了项、中外项、差级数、公差、升级数、降级数等概念,首项、末项、项数、公差、项数和之间的互求方法,特别提到了无穷降级数的求和问题,但所提不够确切.

第二十章:差分. 主要是等比数列问题,介绍了差分、衰数、总衰、底衰、零衰的定义,以及盈衰差分、缺衰差分、叠衰差分三类差分问题的求法. 其中大部分问题摘自《数理精蕴》、《算学启蒙》和《算法统宗》等书,如“今有竹七节,下两节容米三升,上三节容米二升,问中二节及逐节各容几何?”即为《算学启蒙》的“求差分和”第九问.

第二十一章:均中比例. 主要介绍了混合比例,求物价、物数的相关问题.

第二十二章:推解. 主要介绍了中国古算书记载的和民间流传的趣味问题的算术解法.

第二十三章:量法. 主要介绍了平行线、角、直角、锐角、钝角、三角形、平行四边形、矩形、正方形、梯形、无法四边形、圆、椭圆、棱柱体、棱台、圆柱体、圆锥体、圆台、球等的定义和图示,以及它们的面积(或表面积)、体积等的公式和相关问题的求法.

第二十四章:总杂问. 全书的总练习题,均为应用问题.

## 2.2 关于《笔算数学》内容的几点说明

(1) 该书内容丰富,讲解清楚,通俗易懂,对每一问题都配有相应的例题和习题. 狄考文在《笔算数学》序中言“考中国算书,大都文义深沉,令人难解,其所以难解者,或为理原精微、笔下未能阐明;或为理属浅近,词中特求深奥;或恐学者病其繁琐,书内独贵捷简. 因而所算之条问,立之法术,以及所用之名目,不过示以当然,而绝不详其所以然矣. 不知数学等书,并非以成法为贵,乃以解明法中之理为贵也,故成此编. 每法之前,必有讲解,步步浅显,层层清楚,后以推得之理,立法设问,以作学者之阶梯,望学者能拾级而进也. 盖无论何学凡能言得明白,即当以明白语发明,致使罔者一目了然. 若明为浅近之理,竟以古奥言语,显得极其深厚,则如水晶面上,蔽以薄纸,是易于观透之物,转为不易观透之物矣”. 故对例题的运算过程都给予了详细说明,以帮助学生理解,同时体现了狄考文编译数学教科书的指导思想. 以“倍级数求衰”第四十二问为例.

“设如一人织绢,日加一倍,至第四日织成六丈七尺五寸,问每日织几何?”

**解说** 第一步:求零衰(各差分数所配的衰数).

既没有起衰的首数,可随使用1替之,为第一日所织之数;若第二日加倍,必织2衰;第三日再加倍,必织4衰;第四日又加倍,必织8衰.

第二步:求总衰.

若1、2、4、8为各零衰,总衰必是这4个数相加,就是15. 每衰顶的 $=675 \div 15 = 45$ .

$45 \times 1 = 4$ 尺5寸,初日织的; $45 \times 2 = 9$ 尺,次日织的; $45 \times 4 = 1$ 丈8尺,三日织的; $45 \times 8 = 3$ 丈6尺,四日织的.

第三步:求每底衰所顶的.

若将6丈7尺5寸(675寸)分作15分,每分必该是675的十五分之一,就是45寸.

第四步:求每日织的.

若每底衰顶45寸,第一日所织的是1衰,必该是4尺5寸;第二日所织的是2衰,必该是9尺;第三日所织的是4衰,必该是1丈8尺;第四日所织的是8衰,必该是3丈6尺. 所以第一日织4尺5寸,第二日织9尺,第三日织1丈8尺,第四日织3丈6尺.

(2) 为了使学能够更加准确地把握问题,加强学生的理解和引起学生的注意,书内增加了一些小注. 这些小注有的是对问题的延深,有的是对问题的总结,有的是引发学生和教师的注意. 例如,在第四章“乘法”中“多位乘法解说”第五十七问:用653乘3042,问合数是多少?在法术叙述后,给出了小注:“若是法数有0,此位自然不能乘,只是乘下一位的时候,应该留心,不要错在这空位上”. 在第十七款习问中第一问小注“学

生既然将数写在水牌上并加好了,先生就当教他照着解说的样子一一讲明”。指出了教师在教学中应注意的问题,从而有利于教师的教学。

(3) 注重数学与生活实际的联系. 书中编有大量的实际应用问题, 涉及行程、流水、年龄、盈不足、鸡兔同笼、交通、农事、商业等问题. 类型全面, 不仅能引起读者的兴趣, 而且对培养学生的能力, 发展学生的智力起到一定的作用. 例如在第十二章“利息”中列举了大量和借贷问题有关的例子, 其中有一例为“245.46 两银子, 年利 12 分, 问 3 年 9 个月 12 天, 该多少利息”. 其解算方法如下:

$$\begin{aligned} 245.46 \times 0.12 &= 29.4552 && \text{一年之利,} && 29.4552 \times 3 &= 88.3656 && \text{三年之利;} \\ 88.3656 \div 3 \div 2 &= 14.7276 && \text{六月之利,} && 14.7276 \div 2 &= 7.3638 && \text{三月之利;} \\ 7.3638 \div 90 &= 0.8182 && \text{十天之利,} && 0.8182 \div 5 &= 0.1636 && \text{二天之利;} \\ 88.3656 + 14.7276 + 7.3638 + 0.8182 + 0.1636 &= 111.4388, && \text{为总利.} \end{aligned}$$

(4) 《笔算数学》中的数字采用阿拉伯数码. 该书第一章第六款“数目字的样式”中指出“大概各国各有各的数目字, 但于笔算上不能处处都合式, 现在天下所行的笔算, 大概都是用阿拉伯数目字, 虽然各国所叫的音不一样, 而意思和字迹都相同, 这种字容易写, 于笔算也很合用, 看大势是要通行天下万国的”. 当时所用的阿拉伯数目字是采用直写的, 正如《笔算数学》序中称“西国笔算, 数目各皆横列, 以其文字原系横行, 是故写之念之实无有不便也. 今中国即系竖行, 则数目写法亦当随之, 方为合宜”. 但为了使读者易于接受, 《笔算数学》对加、减、乘、除运算的书写格式, 同时用了竖式和横式两种表示法.

(5) 对数学概念所下的定义, 有些不够恰当, 或说不够严谨. 例如: 数, 数就是物的多少; 确实数, 确实数就是指一定的物数, 像七匹马、五斤油; 抽象的数, 抽象的数就是空用的数, 不指出物件来, 像七、五、九. 这样的定义无疑会对学生的正确理解数学概念和涵义造成不利影响.

### 2.3 《笔算数学》的版本介绍

《笔算数学》自 1892 年出版, 修订、重印近 30 余次. 现将部分版本摘录如下<sup>[4]</sup>:

《笔算数学》三卷二十四章, [美]狄考文辑, [清]蓬莱邹立文述.

光绪十八年(1892)自序铅印本, 分文理本和官话本两种.

光绪二十二年(1896)同文馆石印本.

光绪二十三年(1897)湖北武备学堂刊本.

光绪二十三年(1897)上海美华第四次铅印本.

光绪二十四年(1898)益智书会石印本.

光绪二十四年(1898)上海美华书馆五次铅印本.

光绪二十四年(1898)上海美华书馆石印本.

光绪二十六年(1900)上海美华书馆铅印本.

光绪二十八年(1902)上海美华书馆十一次重印(官话)本.

光绪二十九年(1903)上海美华书馆十三次重印本.

光绪三十年(1904)上海美华书馆十四次铅印本.

光绪三十二年(1906)成都刊本, 题:“校正笔算数学”.

光绪三十三年(1907)上海美华书局铅印本.

宣统二年(1910)上海美华书馆三十二次重印(官话)本.

民国六年(1917)青岛林墨书馆铅印本.

### 2.4 《笔算数学》的研究性著作

此书出版后, 流传较广, 有几种研究性的著作问世<sup>[4]</sup>. 如: 郁赞廷著《笔算数学全草》, 光绪三十二年(1906)书玉公司石印本; 无锡张贡九廷金撰《笔算数学全草》, 南洋公学印本, 光绪三十二年(1906)上海文明书局印本; 储丙鹑编辑《笔算数学全草》, 光绪三十二年(1906)震东学社石印本; 钱塘范鸿藻、钱塘钱宗翰编辑《笔算数学全草详解》, 宣统三年(1911)上海彪蒙书局石印本; 金匱顾鼎铭撰《笔算数学详草》, 民国四年(1915)石印本, 上海科学书局铅印本; 萧山孔宪昌、萧山楼慧祥撰《笔算数学详草》, 光绪三十二年(1906)武林图书社石印本; 朱世增编《笔算数学题草图解》, 光绪三十年(1904)南洋官书局石印本, 光绪三十年(1904)

十一有斋石印本,光绪三十二年(1906)上海时中书局排印本。

从《笔算数学》的版本流传和研究性著作来看,《笔算数学》作为当时的算术课本,其影响是非常广泛的。在一年内重刊数次并为多人研究,这在数学教科书史上比较少见。

需要指出的是,在《笔算数学》之前已有一部重要的算术课本《数学启蒙》。《数学启蒙》为英伟烈亚力(Alexander Wylie)撰,1853年出版,此书分两卷。第一卷主要论述数目,加、减、乘、除,通分、约分、小数的加、减、乘、除,循环小数等。第二卷主要论述比例、乘方、开立方、开平方、对数、对数表及这些算法的简捷方法。

当时,《数学启蒙》被认为是学习西方算术的最好入门书。梁启超曾称赞它“极便初学”,王韬也称其为“入门阶梯”。该书出版后,被许多学校用作教科书,上海书商将其缩印,易名《西算入门》<sup>[5]</sup>。但该书没有将阿拉伯数码直接用于算式,而是沿用中国正字,即一、二、三、…。书中还未将+、-、×、÷等运算符号引入,其运算属何种只能通过运算结果判断。仅就这两点看,从数学发展的进步程度论,《数学启蒙》远不如《笔算数学》,流传亦如此。这同时也表明《笔算数学》在中算转为西算的过渡时期所占的重要地位。

通过对《笔算数学》内容、版本情况的研究,一方面可对《笔算数学》在当时的影响给予客观评价,另一方面也可为客观评价教会学校数学教育在中国数学教育近代化上所起的作用提供一些史料。

### 参考文献:

- [1] Daniel W. Fisher, Calvin Wilson Mateer-Forty-Five Year A Missionary in Shantung, China [M]. The Westminster Press, 1911. 23-43.
- [2] 王宏凯. “清末‘学校教科书委员会’史略” [J]. 首都师范大学学报, 1998, (3): 79.
- [3] Mateer C W. Technical Terms, English and Chinese [M]. Shanghai: Presbyterian Mission Press, 1904.
- [4] 李迪. 中国数学史大系(副卷第二卷) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2000. 426-428.
- [5] 熊月之. 西学东渐与晚清社会 [M]. 上海: 上海人民教育出版社, 1994. 190.

## THE INTRODUCTION TO BI SUAN SHU XUE'S CONTENT

WANG Quan-lai<sup>1</sup>, CAO Shu-cun<sup>2</sup>

- (1. The Center for the History of Mathematics and Science, Northwest University, Xi'an 710069, China;
- 2. The College of Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Bi Suan Shu Xue is an arithmetical textbook compiled by the missionary Calvin Wilson Mateer during the late period of Qing Dynasty. This textbook was used by both mission schools and Chinese newly-styled schools. It had been printed over thirty times from 1892 to 1910. The contents and editions of Bi Suan Shu Xue are discussed, and compared with Shu Xue Qi Meng. Which can help us objectively evaluate the importance of mathematic education of mission schools to the development of Chinese mathematic education.

**Key words:** Bi Suan Shu Xue; Shu Xue Qi Meng; Calvin Wilson Mateer

【责任编辑 金淑兰】